

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Комсомольский-на-Амуре государственный университет»

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ<sup>1</sup>**  
**по дисциплине**

**Функциональный анализ**

Направление подготовки	<i>01.03.04 – «Прикладная математика»</i>
Направленность (профиль) образовательной программы	<i>Математическое и компьютерное моделирование</i>

Обеспечивающее подразделение
<i>Кафедра «Прикладная математика»</i>

Разработчик ФОС:

доцент кафедры ПМ, к.ф-м.н.

(должность, степень, ученое звание)

\_\_\_\_\_

(подпись)

А.Л. Григорьева

(ФИО)

Оценочные материалы по дисциплине рассмотрены и одобрены на заседании кафедры, протокол № 5 от «10» 03 2023 г.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ А.Л. Григорьева

<sup>1</sup> В данном документе представлены типовые оценочные средства. Полный комплект оценочных средств, включающий все варианты заданий (тестов, контрольных работ и др.), предлагаемых обучающемуся, хранится на кафедре в бумажном и электронном виде.

## 1 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами образовательной программы

Таблица 1 – Компетенции и индикаторы их достижения

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения	Планируемые результаты обучения по дисциплине
Универсальные		
Общепрофессиональные		
ОПК-1 Способен применять знание фундаментальной математики и естественно-научных дисциплин при решении задач в области естественных наук и инженерной практике	ОПК-1.1 Знает основные естественно-научные составляющие задач профессиональной деятельности, а также математические и физические теоремы, законы, алгоритмы решения задач ОПК-1.2 Умеет использовать методы решения задач, математические, физические законы для решения задач прикладного характера ОПК-1.3 Владеет навыками использования основных математических, физических законов, теорем, алгоритмов решения в задачах профессиональной деятельности	<i>Знать:</i> основные естественно-научные составляющие задач профессиональной деятельности, а также математические и физические теоремы, законы, алгоритмы решения задач; <i>Уметь:</i> использовать методы решения задач, математические, физические законы для решения задач прикладного характера; <i>Владеть:</i> навыками использования основных математических, физических законов, теорем, алгоритмов решения в задачах профессиональной деятельности;

Таблица 2 – Паспорт фонда оценочных средств

Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Формируемая компетенция	Наименование оценочного средства	Показатели оценки
Основные понятия функционального анализа. Полные метрические пространства. Принцип сжимающего отображения и его приложения.	ОПК-1	РГР	Знает основные понятия теории множеств и умеет их применять для решения задач.

## 2 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие процесс формирования компетенций

Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, представлены в виде технологической карты дисциплины (таблица 3).

Таблица 3 – Технологическая карта

	Наименование оценочного средства	Сроки выполнения	Шкала оценивания	Критерии оценивания
6 семестр <i>Промежуточная аттестация в форме Экзамен</i>				
	РГР	В конце семестра	50 баллов	<p>50 баллов - студент правильно выполнил задание. Показал отличные владения навыками применения полученных знаний и умений при решении профессиональных задач в рамках усвоенного учебного материала. Ответил на все дополнительные вопросы на защите.</p> <p>30 баллов - студент выполнил задание с небольшими неточностями. Показал хорошие владения навыками применения полученных знаний и умений при решении профессиональных задач в рамках усвоенного учебного материала. Ответил на большинство дополнительных вопросов на защите.</p> <p>15 баллов - студент выполнил задание с существенными неточностями. Показал удовлетворительное владение навыками применения полученных знаний и умений при решении профессиональных задач в рамках усвоенного учебного материала. При ответах на дополнительные вопросы на защите было допущено много неточностей.</p> <p>0 баллов - при выполнении задания студент продемонстрировал недостаточный уровень владения навыками применения полученных знаний и умений при решении профессиональных задач в рамках усвоенного учебного материала. При ответах на дополнительные вопросы на защите было допущено множество неточностей.</p>
Текущий контроль:		-	_50_ баллов	-
	Экзамен			
Экзамен:		-	_50_ баллов	<p>50 баллов – дан полный ответ, приведены примеры.</p> <p>40 баллов – дан полный ответ, допущены неточности.</p> <p>30 баллов – дан неполный ответ, допущены ошибки.</p> <p>20 баллов – ответ на вопрос билета</p>

	Наименование оценочного средства	Сроки выполнения	Шкала оценивания	Критерии оценивания
				отсутствует или неверен.
ИТОГО:	-	-	<u>55</u> баллов	-
<b>Критерии оценки результатов обучения по дисциплине:</b> 0 – 64 % от максимально возможной суммы баллов – «неудовлетворительно» (недостаточный уровень для промежуточной аттестации по дисциплине); 65 – 74 % от максимально возможной суммы баллов – «удовлетворительно» (пороговый (минимальный) уровень); 75 – 84 % от максимально возможной суммы баллов – «хорошо» (средний уровень); 85 – 100 % от максимально возможной суммы баллов – «отлично» (высокий (максимальный) уровень)				

**3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие процесс формирования компетенций в ходе освоения образовательной программы**

**3.1 Задания для текущего контроля успеваемости**

**РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА 1**

### Задание 1

1. В метрическом пространстве  $R$  с обычной метрикой  $\rho(x, y) = |x - y|$  построить пример пересечения совокупности открытых множеств, которое не являлось бы открытым.

2. В метрическом пространстве  $R$  с обычной метрикой  $\rho(x, y) = |x - y|$  построить пример объединения совокупности замкнутых множеств, которое не являлось бы замкнутым.

3. В метрическом пространстве  $R_1^2$  изобразить замкнутый шар единичного радиуса с центром в нуле.

4. В метрическом пространстве  $R_2^2$  изобразить замкнутый шар единичного радиуса с центром в нуле.

5. В метрическом пространстве  $R_\infty^2$  изобразить замкнутый шар единичного радиуса с центром в нуле.

6. В метрическом пространстве  $R_1^3$  изобразить замкнутый шар единичного радиуса с центром в нуле.

### Задание 2

1. Проверьте, принадлежит ли открытому шару  $O_1(\bar{0})$ , где  $\bar{0} = (0, 0, 0, \dots)$  точка  $x = \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{2^n}, \dots\right)$  в метрическом пространстве  $l_1$ .

2. Проверьте, принадлежит ли открытому шару  $O_{0,5}(\bar{0})$ , где  $\bar{0} = (0, 0, 0, \dots)$  точка  $x = \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{2^n}, \dots\right)$  в метрическом пространстве  $l_2$ .

3. Проверьте, принадлежит ли замкнутому шару  $\bar{O}_1(\bar{0})$ , где  $\bar{0} = (0, 0, 0, \dots)$  точка  $x = \left(1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{2^{n-1}}, \dots\right)$  в метрическом пространстве  $l_\infty$ .

### Задание 3

1. Пусть  $O_1$  и  $O_2$  - два открытых шара в метрическом пространстве, пересечение которых не пусто. Докажите, что существует открытый шар, принадлежащий их пересечению.

2. Доказать, что открытый шар в метрическом пространстве является открытым множеством.

3. Доказать, что замкнутый шар в метрическом пространстве является замкнутым множеством.

4. В метрическом пространстве ограниченных последовательностей  $l_\infty$  рассмотрим последовательность  $\{e_n\}$  так называемых координатных ортов:

$$e_1 = 1, 0, 0, \dots$$

$$e_2 = 0, 1, 0, \dots$$

$$e_3 = 0, 0, 1, 0, \dots \text{ и т. д.}$$

К какой точке пространства  $l_\infty$  сходится данная последовательность по координатам? Является ли эта точка пределом последовательности  $\{e_n\}$  в метрике  $l_\infty$ ? Сходится ли вообще последовательность  $\{e_n\}$  в  $l_\infty$ ?

5. Докажите, что при непрерывном отображении прообраз замкнутого множества тоже замкнут.

6. Пространство  $C[a, b]$  непрерывных функций рассматривается с обычной равномерной метрикой. Проверить, является ли функционал  $F(y) = \max_{x \in [a, b]} y(x)$  непрерывным.

7. Пространство  $C[a, b]$  непрерывных функций рассматривается с обычной равномерной метрикой. Проверить, является ли функционал  $F(y) = \min_{x \in [a, b]} y(x)$  непрерывным.

### Задание

Найдите приближенное решение заданной системы линейных уравнений  $A \cdot X = B$ , выделив сжимающий оператор и вычислив пять членов итерационной последовательности. Найдите отклонение полученного приближенного решения от точного решения системы в метриках пространств  $R_1^3$ ,  $R_2^3$ ,  $R_\infty^3$ . Все требуемые вычисления провести в среде MathCAD.

$$1. \quad A = \begin{pmatrix} 100 & 8 & -2 \\ 1 & 200 & 7 \\ 3 & -5 & -50 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -50 \\ 40 \\ 20 \end{pmatrix}$$

$$2. \quad A = \begin{pmatrix} -100 & 18 & -9 \\ 1 & 300 & 17 \\ 13 & -7 & -80 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 150 \\ 400 \\ 120 \end{pmatrix}$$

$$3. \quad A = \begin{pmatrix} 700 & 81 & -42 \\ 11 & 500 & 70 \\ 30 & -25 & -500 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -50 \\ 47 \\ 200 \end{pmatrix}$$

### Теоретические вопросы к экзамену

1. Понятие о математической структуре. Иерархия основных математических структур.

2. Доказательство основных классических неравенств: Гёльдера, Минковского, Коши-Буняковского для конечных сумм, рядов, интегралов.

3. Понятие метрического пространства. Примеры метрических пространств.

4. Открытые и замкнутые шары в метрических пространствах. Понятие открытого, замкнутого множества в метрическом пространстве, их свойства.

5. Понятие предела последовательности в метрическом пространстве, его единственность.

6. Понятие топологического пространства. Определение предела, непрерывности в топологических терминах. Требования на топологию, обеспечивающие естественные свойства предела (хаусдорфовость).